

# Liquidity Risk and Expected Stock Returns

Portfolio Management – Equities

Lorenzo Bottinelli, Gianluca Cherubini, Matteo Lo Duca, Lorenzo Rimoldi  
 Matteo Strollo, Eduardo Trabelsi, Simone Viero

Marzo 2025

## 1 Introduzione

Negli ultimi decenni, il *liquidity risk* è emerso come un fattore cruciale nei mercati finanziari, influenzando sia la valutazione degli asset sia le strategie di investimento. La capacità di un investitore di comprare o vendere titoli senza impattare significativamente il loro prezzo rappresenta un elemento chiave per la stabilità dei mercati e la gestione del rischio. Tuttavia, nei periodi di crisi finanziaria, come durante il crollo del 2008 o la pandemia di COVID-19, la liquidità di mercato si è rapidamente deteriorata, amplificando la volatilità e influenzando i rendimenti attesi.

L'importanza del *liquidity risk* risiede nel fatto che gli investitori richiedono un premio per il rischio di liquidità per detenere asset meno liquidi. Questo premio riflette l'incertezza legata alla possibilità di liquidare un investimento senza perdite significative in termini di prezzo. Di conseguenza, la liquidità diventa un determinante sistematico dei rendimenti attesi, rendendola un fattore di rischio fondamentale nella valutazione degli asset finanziari.

Questo paper si propone di analizzare la relazione tra il *liquidity risk* e i rendimenti attesi delle azioni, con un focus sul modello di Pastor e Stambaugh (2003), che ha introdotto il concetto di "liquidity beta". Secondo questo modello, le azioni che mostrano una maggiore sensibilità agli shock di liquidità tendono a offrire rendimenti attesi più elevati, riflettendo un premio per il rischio di liquidità. Inoltre, verranno discussi altri approcci teorici e verranno analizzati esempi pratici e studi empirici per comprendere come il *liquidity risk* abbia influenzato i mercati finanziari durante periodi di crisi. Nelle sezioni successive, verrà dapprima presentato un approfondimento teorico sul *liquidity risk*, distinguendo tra liquidità di mercato e liquidità di finanziamento e analizzando i principali modelli teorici, inclusi i risultati chiave dello studio di Pastor e Stambaugh.

Successivamente, verranno esaminate evidenze empiriche attraverso un'analisi qualitativa e quantitativa, con un focus sui casi studio e sull'utilizzo di metriche di liquidità come la Pastor-Stambaugh *liquidity risk* measure. Infine, la conclusione sintetizzerà i principali risultati e fornirà spunti sulle prospettive future e sulle implicazioni per gli investitori e i policymaker. Questo studio contribuirà a una maggiore comprensione dell'impatto del *liquidity risk* sui rendimenti attesi e offrirà un quadro completo delle sue implicazioni per il portfolio management nel mercato azionario.

## 2 Approfondimento Teorico

### 2.1 Nozione di Rischio di Liquidità

Il rischio di liquidità, *liquidity risk*, è la possibilità che un asset non possa essere acquistato o venduto rapidamente senza un impatto significativo sul prezzo. In ambito finanziario, si distinguono due principali forme di rischio di liquidità: di mercato e di finanziamento. Il rischio di liquidità di mercato rappresenta la difficoltà nel trovare controparti per completare una transazione senza alterare il prezzo dell'asset. Il rischio di liquidità di finanziamento rappresenta la difficoltà di un investitore o di un'istituzione nel reperire fondi per finanziare operazioni o coprire posizioni.

Secondo il Council of Europe Development Bank (COE Bank), il *liquidity risk* è definito come "il rischio di perdita derivante dall'incapacità di soddisfare gli obblighi di pagamento per intero e nei tempi previsti al momento della loro scadenza".

La liquidità è un fattore chiave per il funzionamento dei mercati in quanto influisce su costi di transazione, spread bid-ask e sulla volatilità dei prezzi.

La liquidità di mercato riguarda la facilità con cui un titolo può essere negoziato senza causare variazioni significative di prezzo. Essa è influenzata da fattori come volume di scambi, profondità del book di negoziazione e spread bid-ask.

La liquidità di finanziamento si riferisce alla capacità degli investitori e delle istituzioni di ottenere finanziamenti a condizioni favorevoli. È legata alla disponibilità di credito, ai tassi di interesse e alle condizioni dei mercati monetari. Crisi finanziarie come quella del 2008 hanno dimostrato che un deterioramento della liquidità di finanziamento può tradursi in una crisi della liquidità di mercato, amplificando la volatilità e le inefficienze nei mercati finanziari.

## 2.2 Liquidity Risk e Rendimenti Attesi

Secondo la letteratura finanziaria, esiste una relazione diretta tra il rischio di liquidità e i rendimenti attesi: gli investitori richiedono un premio per detenere titoli meno liquidi, ovvero un rendimento extra. Pastor e Stambaugh (2003) hanno introdotto il concetto di *liquidity beta*, dimostrando che le azioni più sensibili a shock di liquidità tendono ad avere rendimenti più elevati. Il modello suggerisce che il fattore liquidità è sistematico e incide sulla valutazione degli asset nel lungo periodo. Questa relazione è stata testata empiricamente e dimostra che nei periodi di stress finanziario, la liquidità diventa un driver cruciale dei rendimenti azionari.

## 2.3 Il Modello di Pastor e Stambaugh (2003)

Diversi modelli teorici sono stati sviluppati per comprendere l'impatto del *liquidity risk* sui rendimenti azionari attesi. Tra questi, un contributo fondamentale è rappresentato dallo studio di Pastor e Stambaugh (2003), che introducono un *liquidity risk factor*, mostrando come gli investitori richiedano un premio per avere titoli con alta esposizione a questo fattore.

Pastor e Stambaugh definiscono la misura di liquidità come l'impatto sui prezzi dovuto al flusso degli ordini. Un'azione è considerata non liquida se grandi volumi di ordini di acquisto (vendita) spingono temporaneamente i prezzi in alto (in basso), con successivo rimbalzo il giorno dopo. Più è forte l'inversione, meno l'azione è liquida. La misura di liquidità per il titolo  $i$  al tempo  $t$  è ottenuta tramite la seguente regressione:

$$r_{i,t+1}^e = \alpha_i + \gamma_i \cdot \text{sgn}(r_{i,t}^e) \cdot v_{i,t} + \varepsilon_{i,t+1}$$

Dove:

- $r_{i,t+1}^e$ : rendimento corretto del titolo il giorno successivo
- $\text{sgn}(r_{i,t}^e)$ : segno del rendimento il giorno  $t$
- $v_{i,t}$ : volume dell'ordine
- $\gamma_i$ : misura della sensibilità → liquidità

Se  $\gamma_i$  è significativamente diversa da zero (negativo), significa che dopo un grande volume di ordini di acquisto ( $v_{i,t}$  grande e con segno positivo perché  $r_{i,t}^e$  è positivo come conseguenza agli acquisti), il prezzo tende a tornare verso il punto di partenza ( $r_{i,t+1}^e$  è negativo: il prezzo sta scendendo), oppure che dopo un grande volume di ordini di vendita ( $v_{i,t}$  grande e con segno negativo perché  $r_{i,t}^e$  è negativo come conseguenza agli acquisti), il prezzo tende a tornare verso il punto di partenza ( $r_{i,t+1}^e$  è positivo: il prezzo sta risalendo).

Mentre se  $\gamma_i$  non è significativamente diverso da zero, significa che grandi volumi di ordini non influenzano il prezzo e che il titolo è liquido.

Per avere una misura di liquidità di mercato, Pastor e Stambaugh calcolano  $\gamma_i$  per molti titoli, effettuando una media "cross-sectional", ovvero una media tra titoli diversi presi allo stesso momento:

$$LIQ_t = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \gamma_{i,t}$$

Se  $LIQ_t$  è basso (negativo), il mercato è poco liquido, mentre se  $LIQ_t$  è vicino a zero, allora il mercato è molto liquido.

Pastor e Stambaugh integrano quindi i celebri \*asset pricing models\* aggiungendo il rischio di liquidità  $\lambda_{LIQ}\beta_i^{LIQ}$  come fattore aggiuntivo, ottenendo il \*Liquidity-Adjusted Asset Pricing Model\*:

$$r_i^e = \lambda_M \beta_i^M + \lambda_{SMB} \beta_i^{SMB} + \lambda_{HML} \beta_i^{HML} + \lambda_{LIQ} \beta_i^{LIQ}$$

Questo approccio mostra come il rischio di liquidità sia un fattore fondamentale nella spiegazione dei rendimenti attesi.

### 3 Evidenza Qualitativa: Crisi Finanziarie, ETF e Implicazioni

#### 3.1 La relazione tra crisi finanziarie e rischio di liquidità

La relazione inversa tra liquidità e rendimenti attesi degli strumenti finanziari assume particolare rilevanza durante crolli di mercato e crisi finanziarie. Durante queste fasi, la riduzione della liquidità tende a incrementare il rendimento atteso, specialmente nel mercato azionario, a causa del maggiore *liquidity premium* richiesto dagli investitori.

Nei crolli di borsa, il fenomeno del *Flight to Quality* spinge gli investitori verso strumenti sicuri, riducendo la liquidità per gli asset più rischiosi. Ciò si riflette in un aumento del loro rendimento atteso e del *liquidity premium*. Inoltre, le crisi di mercato sono spesso accompagnate da una contrazione del credito, poiché le banche inaspriscono i criteri per l'erogazione di prestiti, riducendo ulteriormente la liquidità del sistema finanziario.

Pastor e Stambaugh, nel loro studio *Liquidity Risk and Expected Stock Returns*, mostrano che la loro misura di liquidità raggiunge i minimi durante eventi significativi come...:

- **1973 – Crisi energetica:** causata dall'embargo petrolifero dell'OPEC, acuita dalla già presente illiquidità dei mercati
- **1987 – Black Monday:** la ridotta profondità del book di acquisto amplificò la svendita generalizzata
- **1998 – LTCM e crisi del debito russo:** esposizioni su titoli illiquidi provocarono gravi squilibri
- **2008 – Crisi dei subprime:** la contrazione del credito fu accentuata dal fallimento di Lehman Brothers
- **2020 – Pandemia COVID-19:** lo shock produttivo ridusse la liquidità, ma con effetti meno estremi rispetto a crisi precedenti

Tali crisi, pur variando per intensità e dinamiche, condividono una sostanziale riduzione della liquidità, spesso con effetti amplificatori sulla volatilità. Tuttavia, nei mesi successivi ai crolli i mercati hanno registrato rendimenti positivi superiori alla media, coerentemente con l'ipotesi di rendimenti più elevati richiesti dagli investitori per compensare la carenza di liquidità.

#### 3.2 Effetti del rischio di liquidità sulle small cap: il *size effect*

Tuttavia, il *liquidity premium* non aumenta proporzionalmente per tutte le azioni, in quanto, per il fenomeno che si innesca nei crolli di mercato sopra definito *Flight to Quality*, i titoli con capitalizzazione inferiore vedranno una riduzione della liquidità e della profondità dei propri *order books* più intensa rispetto a quella sperimentata dai titoli a più grande capitalizzazione.

Ciò fa sì che, in un contesto di elevata volatilità a ribasso, i titoli di aziende di dimensioni più piccole vedano il proprio premio per la liquidità ingrandirsi maggiormente rispetto ai titoli delle aziende più grandi e capitalizzate.

Quanto appena descritto è coerente con il cosiddetto *size effect*, per cui un portafoglio formato da azioni di aziende a bassa capitalizzazione sovraperfoma uno contenente aziende a più alta capitalizzazione. Parte di questo sovrarendimento, infatti, è dovuto al maggior *liquidity premium* presente sulle aziende piccole, in quanto meno liquide.

Tuttavia, è ragionevole pensare che il più grande *liquidity premium* ottenibile dall'investire in aziende di piccole dimensioni non persista qualora si aggiustino i rendimenti per il rischio dell'investimento. Ciò come conseguenza del fatto che il *size effect* non è verificato qualora si aggiustino i rendimenti per il rischio.

### 3.3 Il Ruolo degli ETF nel Rischio di Liquidità

Gli *Exchange Traded Funds (ETF)* hanno rivoluzionato i mercati finanziari, migliorando l'accesso agli investimenti e incidendo sulla liquidità. La loro struttura, basata sul meccanismo di creazione e rimborso delle quote da parte degli *Authorized Participants (AP)*, può influenzare la liquidità sia degli asset sottostanti che del mercato nel suo complesso.

In condizioni normali, gli *ETF* tendono a migliorare la liquidità, riducendo gli spread *bid-ask* e facilitando le transazioni. Tuttavia, in momenti di stress finanziario, questa liquidità può deteriorarsi rapidamente, soprattutto se gli asset sottostanti sono poco liquidi. Un esempio è la crisi del 2008, dove alcuni *ETF* hanno mostrato forti divergenze tra *NAV* e prezzo di mercato, aumentando il rischio per gli investitori. Il lancio di nuovi *ETF* può aumentare la liquidità nel breve periodo, specialmente in mercati meno accessibili, ma può anche generare volatilità se gli asset sottostanti non riescono ad assorbire i nuovi flussi. A lungo termine, gli *ETF* possono portare benefici strutturali, ma anche rischi sistematici legati all'eccessiva correlazione tra asset, amplificando i movimenti di mercato in caso di shock.

Un caso recente è quello degli *ETF* su *Bitcoin*, approvati dalla *SEC* nel 2024. Questi strumenti hanno migliorato la liquidità e l'accesso al mercato delle criptovalute, ma hanno anche sollevato dubbi su centralizzazione e manipolazione. Inoltre, l'ingresso di capitali istituzionali potrebbe aumentare la correlazione tra *Bitcoin* e gli asset tradizionali, riducendone l'efficacia come strumento di diversificazione.

Infine, la struttura tecnica degli *ETF* su criptovalute, basata su custodie digitali e regolamenti decentralizzati, introduce nuove complessità nella gestione della liquidità, soprattutto in contesti di stress, esponendo gli investitori al rischio di divergenze significative tra prezzo di mercato e valore degli asset sottostanti (*NAV premium/discount*).

### 3.4 Liquidity Risk e Mercati a Breve Termine

Il *Depth of Market (DOM)* è un elemento fondamentale nella microstruttura dei mercati, rappresentando in tempo reale la liquidità disponibile e influenzando direttamente la formazione dei prezzi. Un *book* profondo e ben bilanciato permette un'esecuzione efficiente degli ordini, mantenendo *spread* ridotti e limitando la volatilità. Al contrario, un *book* frammentato o manipolato può portare a sbalzi di prezzo, peggiorare le condizioni di esecuzione e aumentare il rischio di *slippage*.

Tra le pratiche manipolative più comuni c'è lo *spoofing*, che consiste nell'inserire grandi ordini finti per influenzare il comportamento degli altri *trader*, cancellandoli prima che vengano eseguiti. Un'altra tecnica simile è il *layering*, che distribuisce questi ordini su più livelli di prezzo per dare un'illusione ancora più convincente di un mercato più liquido di quanto non sia in realtà. Questi fenomeni distorcono la percezione della liquidità, inducendo reazioni sbagliate e aumentando il rischio per chi esegue ordini reali.

Per contrastare questi problemi, vengono utilizzate metriche avanzate per analizzare la liquidità e il comportamento del mercato. Il *VWAP (Volume Weighted Average Price)* è uno dei riferimenti principali per valutare la qualità delle esecuzioni e capire se un ordine ha avuto un impatto significativo sul prezzo. Il *market impact* misura esattamente questo effetto, mentre lo *slippage* indica la differenza tra il prezzo atteso e quello effettivo di esecuzione. Per ridurre questi effetti negativi, vengono utilizzati algoritmi di esecuzione come il *VWAP algo* e il *TWAP (Time Weighted Average Price)*, che suddividono gli ordini in più tranches per ridurre il disturbo sul mercato.

Un'integrazione fondamentale all'analisi del *DOM* è offerta dai *footprints*, che rappresentano graficamente il flusso degli scambi effettivi a ciascun livello di prezzo, mostrando per ogni barra non solo il prezzo e il volume, ma anche la distribuzione tra *aggressori* (ordini a mercato) e *passivi* (ordini limite). Questo tipo di visualizzazione consente di individuare aree di accumulazione o esaurimento, distinguendo tra reale intenzione di mercato e manipolazioni. I *footprints* sono quindi particolarmente utili per validare o smentire ciò che appare nel *DOM*, rafforzando le decisioni operative basate su volumi reali piuttosto che su ordini esposti ma non eseguiti.

Le distorsioni nel *DOM* non solo creano inefficienze nel processo di *price discovery*, ma possono anche penalizzare gli operatori istituzionali e *retail*, portando i *market makers* a ridurre la loro attività o ad aumentare gli *spread* per compensare il rischio. Questo genera un effetto a catena in cui la liquidità effettiva si riduce, la volatilità aumenta e il mercato diventa meno efficiente.



Figure 1: Visualizzazione grafica del flusso di ordini e della struttura del mercato tramite footprint e DOM

Nell'immagine sopra, osserviamo una situazione in cui vi sono molti ordini passivi sul lato *buy*, ma nessuna esecuzione effettiva. Questo scenario mostra una forte pressione apparente a rialzo che visivamente potrebbe attrarre ordini di acquisto, ma, in realtà, nessuno dei grandi ordini presenti viene eseguito. Ogni area rappresentata nel grafico corrisponde a un livello di prezzo. A sinistra sono visibili gli ordini di vendita, mentre a destra quelli di acquisto. Il valore all'estrema destra indica il *delta*, cioè la differenza tra acquisti e vendite (*Acquisti - Vendite*).

Una volta raggiunto un determinato livello di interesse, entra improvvisamente un flusso di vendite (*short*) reale, con un *delta* estremamente negativo. Questo comporta la scomparsa della liquidità apparente: il mercato si svuota e gli operatori che cercano di uscire dalle posizioni si trovano a fronteggiare uno *slippage* molto elevato.

In condizioni di mercato reali, riuscire a liquidare le proprie posizioni in una situazione del genere risulta particolarmente complesso, a causa della mancanza di controparte effettiva e della rapida evaporazione della liquidità mostrata nel *Depth of Market*.



Figure 2: Evoluzione del prezzo e distorsione della liquidità

All'inizio il prezzo si trova in una situazione di stallo, con una leggera tendenza al rialzo. Successivamente, il prezzo viene trascinato al ribasso da un blocco di ordini che genera *liquidità apparente* e attira nuovi partecipanti sul mercato.

Raggiunto un livello chiave, entrano sul mercato 1953 contratti, generando un forte *delta* negativo. Gli ordini finti iniziali cominciano a distribuirsi su più livelli di prezzo inferiori, alimentando ulteriormente l'illusione di liquidità.

Man mano che il prezzo scende, questi ordini vengono sistematicamente annullati e riposizionati più in basso, creando una sorta di "magnete" che spinge artificialmente il mercato verso il basso. Questo comportamento distorce la *liquidità* reale disponibile: eventuali ordini di dimensioni significative, inseriti nella speranza di essere eseguiti contro gli ordini visibili, subiranno uno *slippage* elevato.

### 3.5 Il Ruolo dei Policymaker nella Regolamentazione del Rischio di Liquidità

Il rischio di liquidità rappresenta una delle sfide più rilevanti per le istituzioni finanziarie e i regolatori, poiché la capacità di un ente di far fronte ai propri obblighi finanziari senza incorrere in perdite significative è fondamentale per la stabilità del sistema.

Le regolamentazioni attuali mirano a mitigare questo rischio attraverso requisiti e strumenti specifici, e un ruolo centrale è svolto dai *policymaker*: banche centrali, autorità di vigilanza e istituzioni internazionali come la *BIS* o il *FMI*.

Uno degli strumenti principali è la regolamentazione bancaria, in particolare il *Liquidity Coverage Ratio (LCR)*, introdotto con Basilea III, che impone alle banche di detenere asset liquidi sufficienti a coprire uscite in un periodo di stress di 30 giorni. Insieme al *Net Stable Funding Ratio (NSFR)*, che promuove un finanziamento più stabile nel lungo periodo, questi strumenti cercano di ridurre la vulnerabilità a crisi improvvise. Tuttavia, eventi recenti come la fuga di depositi in alcune banche hanno evidenziato limiti nelle regolamentazioni attuali, soprattutto nell'era digitale. Per questo, la *BIS* ha suggerito un monitoraggio più frequente e mirato a livello di singola entità bancaria, oltre a una maggiore attenzione ai segnali precoci di stress.

I *policymaker* si stanno concentrando anche sul settore non bancario, come fondi di investimento e assicurazioni, spesso meno regolati ma sempre più influenti. L'*ESMA* ha infatti segnalato rischi legati all'uso eccessivo della leva e alla scarsa liquidità di alcuni fondi, proponendo *stress test* più rigorosi, limiti operativi e strumenti di gestione della liquidità più efficaci.

Anche strumenti finanziari come *ETF* e fondi comuni sono oggetto di attenzione: i regolatori impongono oggi maggiori controlli su veicoli che investono in asset illiquidi, come successo durante la crisi del 2020, quando forti deflussi dai fondi obbligazionari hanno richiesto interventi volti a rafforzare la trasparenza e la resilienza del mercato.

Un altro intervento importante riguarda i *circuit breakers* e le sospensioni temporanee del *trading*, introdotti per ridurre il panico e limitare la volatilità eccessiva. Tuttavia, se utilizzati in modo troppo rigido, possono ridurre la profondità di mercato e, paradossalmente, aggravare il problema della liquidità. Infine, regolamentazioni post-crisi come la *Dodd-Frank Act* negli USA e l'*EMIR* in Europa hanno aumentato i requisiti di collateralizzazione nel mercato dei derivati *OTC* e del *repo market*, migliorando la stabilità ma rendendo più costose le operazioni a breve termine e limitando la disponibilità di finanziamenti nel mercato obbligazionario.

In conclusione, il ruolo dei *policymaker* nel gestire il rischio di liquidità richiede un equilibrio delicato tra stabilità e funzionalità dei mercati. Regole troppo restrittive possono limitare la capacità di reazione del sistema, mentre una regolazione troppo blanda può esporre a gravi rischi sistematici. La sfida sta nel costruire un *framework* flessibile, aggiornato e coordinato a livello internazionale.

## 4 Evidenza quantitativa: il caso del mercato giapponese

Bo Li, Qian Sun e Changyun Wang, nel loro paper *"Liquidity, Liquidity Risk and Stock Returns: Evidence from Japan"* (2011), analizzano se la liquidità e il rischio di liquidità siano fattori rilevanti nella determinazione dei prezzi nel mercato azionario giapponese. Il Giappone è scelto per la sua rilevanza come secondo mercato azionario mondiale durante il periodo di studio (1975–2006) e per confrontare le evidenze con quelle già documentate negli Stati Uniti. I risultati empirici sono i seguenti (in larga parte coerenti con quelli trovati da Amihud nel 2002 e Acharya e Pedersen nel 2005):

- Il livello di illiquidità è positivamente correlato con i rendimenti azionari tra le imprese per l'intero periodo di campionamento (*cross-sectional evidence*).
- La liquidità attesa è positivamente correlata con i rendimenti azionari, mentre la liquidità inattesa è negativamente correlata con i ritorni azionari nel tempo (*time-series evidence*).
- Il *liquidity risk* è prezzato: il *liquidity-adjusted CAPM* si adatta meglio ai dati rispetto al *CAPM* standard.

### 4.1 Dati e *Illiquidity Measure*

I dati sono stati ricavati dal *Pacific-Basin Capital Markets Database* (PACAP) e coprono il periodo tra gennaio 1975 e dicembre 2006. L'*illiquidity measure* è stata calcolata secondo quanto teorizzato da Hasbrouck (2005):

$$\text{ILL}_d^i = \sqrt{\left| \frac{R_d^i}{\text{VAL}_d^i} \right|}$$

L'illiquidità giornaliera di un'azione è calcolata come la radice del rapporto tra il valore assoluto dei rendimenti giornalieri dell'azione  $i$  e il valore giornaliero degli scambi della medesima.

L'illiquidità mensile per l'azione  $i$  è definita come:

$$\text{ILL}_m^i = \frac{1}{D_{im}} \sum_{d=1}^{D_{im}} \sqrt{\left| \frac{R_{md}^i}{\text{VAL}_{md}^i} \right|}$$

dove  $D_{im}$  è il numero di giorni di scambio dell'azione  $i$  nel mese  $m$ .

Infine, l'illiquidità mensile del mercato è definita come l'illiquidità media tra le azioni del portafoglio di mercato  $M$  nel mese  $m$ :

$$\text{ILL}_m^M = \frac{1}{M} \sum_M \text{ILL}_m^i$$

La Figura 3 mostra l'illiquidità mensile del mercato dal 1975 al 2006. Si osserva che l'illiquidità di mercato è diminuita dal 1975 al 1990, per poi aumentare e oscillare successivamente. Di conseguenza, come mostrato nella Figura 3b, il Nikkei 225 ha seguito una tendenza al rialzo dal 1975 al 1989, per poi diminuire e oscillare dopo tale periodo.

Approssimativamente, i primi due periodi coincidono con lo sviluppo rapido del mercato azionario e una tendenza al ribasso dell'illiquidità, mentre l'ultimo periodo è associato a una fase di rallentamento del mercato e a un aumento dell'illiquidità.

Questo è il motivo della scelta degli autori di dividere l'intero periodo di campionamento in due sotto-campioni nei test successivi: il primo dal 1975 al 1989 e il secondo dal 1990 al 2006.

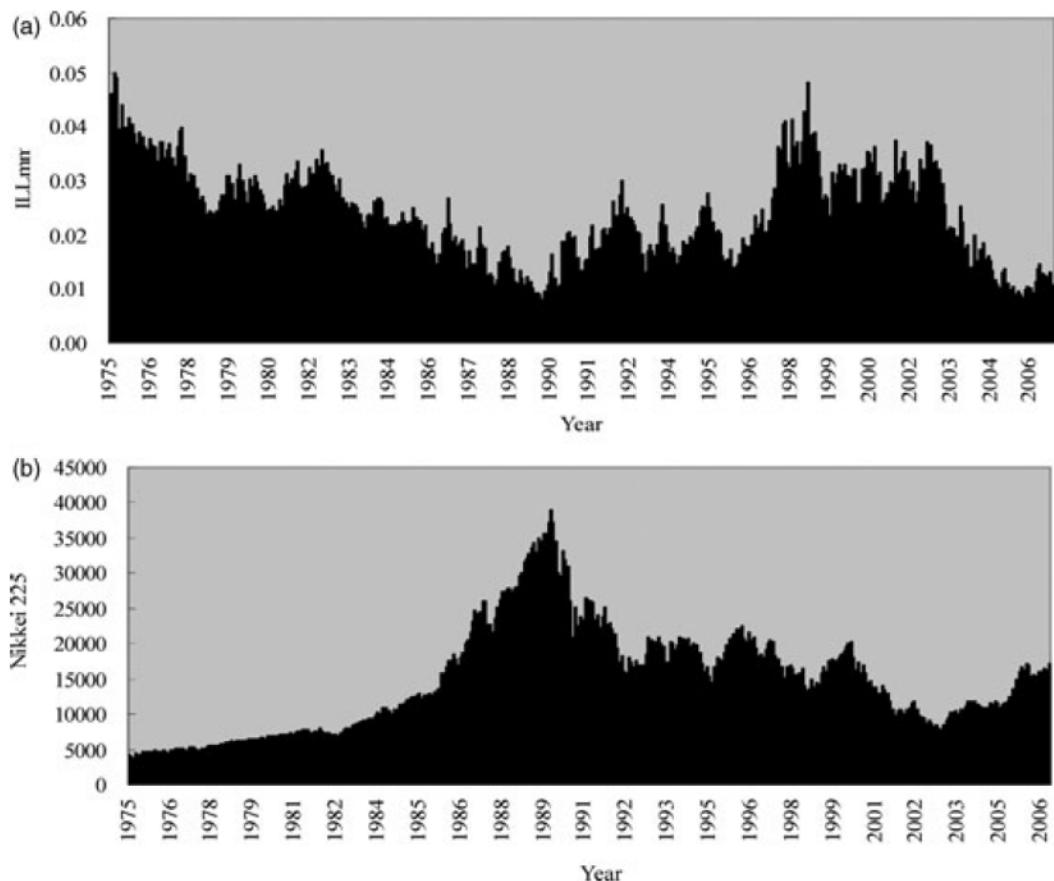


Figure 3: Pattern delle serie temporali dell'illiquidità di mercato mensile e del Nikkei 225.

## 4.2 La relazione *cross-sectional* tra illiquidità e rendimenti azionari

La regressione *cross-sectional* considerata è la seguente (Amihud, 2002):

$$R_m^i = k_{0m} + k_{1m} \text{ILLM}_{m-1}^i + k_{2m} \beta_{m-1}^i + k_{3m} R_{-Q1}^i + k_{4m} R_{-Q2}^i + k_{5m} \text{BM}_{m-1}^i + k_{6m} \ln(\text{CAP}_{m-1}^i) + k_{7m} \text{STD}_{m-1}^i + k_{8m} \text{CP}_{m-1}^i + \varepsilon_m^i$$

I rendimenti mensili dell'azione  $i$  sono funzione del fattore di illiquidità e di una serie di variabili di controllo. Poiché l'illiquidità mensile varia drasticamente nel tempo, l'illiquidità per l'azione  $i$  viene ulteriormente scalata per l'illiquidità di mercato nel mese  $m$ , ottenendo l'illiquidità aggiustata per la media:

$$\text{ILLM}_m^i = \frac{\text{ILL}_m^i}{\text{ILL}_m^M}$$

Le altre variabili sono definite come segue:

- $\beta_{m-1}^i$ : *beta* di mercato dell'azione  $i$  nel mese  $m-1$
- $R_{-Q1}^i, R_{-Q2}^i$ : rendimenti dell'azione  $i$  nei due trimestri precedenti
- $\text{BM}_{m-1}^i$ : rapporto tra il *Book Value* e il valore di mercato dell'*equity*
- $\ln(\text{CAP}_{m-1}^i)$ : *firm size*, logaritmo naturale della *market capitalization*
- $\text{STD}_{m-1}^i$ : deviazione standard dei rendimenti giornalieri dell'azione  $i$
- $\text{CP}_{m-1}^i$ : *cash flow yield*, rapporto tra *EPS* (al lordo degli ammortamenti) e prezzo dell'azione

Variable	All months	Excl. January	1975–1989	1990–2006	All months	Excl. January	1975–1989	1990–2006
Constant	0.0105 (1.652)	0.0124 (1.879)	0.0231** (2.827)	-0.0010 (-0.104)	0.0142* (2.215)	0.0184** (2.764)	0.0310** (3.817)	-0.0013 (-0.137)
$\text{ILLM}_{m-1}^i$	0.0014* (2.311)	0.0013* (2.162)	0.0025** (2.678)	0.0004 (0.504)	0.0019** (2.855)	0.0016* (2.509)	0.0026** (2.834)	0.0006 (0.741)
$\beta_{m-1}^i$	-0.0051 (-0.791)	-0.0084 (-1.242)	-0.0087 (-1.258)	-0.0019 (-0.179)	-0.0034 (-0.604)	-0.0060 (-1.010)	-0.0097 (-1.488)	0.0024 (0.270)
$R_{-Q1}^i$	-0.0259** (-4.479)	-0.0196** (-3.414)	-0.0237** (-3.715)	-0.0278** (-2.963)	-0.0276** (-4.909)	-0.0212** (-3.756)	-0.0269** (-4.010)	-0.0283** (-3.180)
$R_{-Q2}^i$	-0.0008 (-0.189)	0.0038 (0.930)	0.0026 (0.470)	-0.0038 (-0.678)	-0.0001 (-0.016)	0.0054 (1.313)	0.0034 (0.553)	-0.0032 (-0.601)
$\text{BM}_{m-1}^i$					0.0181** (6.415)	0.0179** (5.946)	0.0254** (4.294)	0.0113** (3.737)
$\ln(\text{CAP}_{m-1}^i)$					-0.0013 (-1.392)	-0.0006 (-0.887)	-0.0022 (-1.522)	-0.0004 (-0.531)
$\text{STD}_{m-1}^i$					-0.0018 (-1.530)	-0.0033** (-2.879)	-0.0015 (-1.032)	-0.0020 (-1.138)
$\text{CP}_{m-1}^i$					-0.0138** (-5.419)	-0.0123** (-4.624)	-0.0332** (-7.585)	0.0041 (1.942)

Figure 4: Coefficienti stimati nella regressione *cross-sectional*.

Nella Figura 4 sono riassunti i valori dei coefficienti trovati dagli autori. Nella quinta colonna, si nota come la media della stima dell'*illiquidity coefficient* in tutti i mesi considerati sia pari a 0,0019 (con livello di significatività del 5%). Questi risultati sono coerenti con quelli di Amihud (2002) e suggeriscono l'esistenza di una relazione *cross-sectional* positiva tra illiquidità e rendimenti azionari. Tuttavia, questa relazione sembra instabile nei due sottoperiodi.

Il coefficiente *beta* medio stimato è negativo, sebbene non sia statisticamente significativo. Non risultano significativi anche i coefficienti medi delle variabili relative alla dimensione, ai rendimenti nel corso di due trimestri prima del periodo considerato, e quello relativo alla deviazione standard dei rendimenti giornalieri nel mese  $m-1$ . La variabile  $\text{BM}_{m-1}^i$  ha invece un impatto positivo e statisticamente significativo sui rendimenti in tutti i campioni. Anche la variabile  $\text{CP}_{m-1}^i$  ha un impatto importante anche se il suo segno non risulta significativo.

Nel complesso, si può affermare che l'illiquidità sia un fattore di prezzo nel mercato giapponese, anche se non nel secondo sottocampione (1990–2006). Gli autori ritengono che ciò sia dovuto ai numerosi cambiamenti nel sistema finanziario giapponese avvenuti in quel periodo.

### 4.3 Time Series relation tra *Illiquidity* e *Stock Returns*

L'obiettivo è quello di analizzare come l'illiquidità del mercato influenzi i rendimenti di mercato nel tempo. Distinguiamo tra illiquidità attesa e illiquidità inattesa. Viene utilizzato un modello AR(1) per stimare la componente attesa dell'illiquidità:

$$AILL_m = c_0 + c_1 \cdot AILL_{m-1} + v_m$$

Dove:

- $AILL_m$ : illiquidità di mercato aggiustata per le variazioni di capitalizzazione (illiquidità attesa)
- $v_m$ : illiquidità inattesa (residuo)

La regressione principale è:

$$R_m^M - R_m^f = g_0 + g_1 \cdot AILL_{m-1} + g_2 \cdot v_m + g_3 \cdot JAN_m + \varepsilon_m$$

Dove:

- $R_m^M$ : rendimento di mercato
- $R_m^f$ : tasso privo di rischio
- $JAN_m$ : *dummy* per gennaio

Risultati:

- $g_1 > 0$ : l'illiquidità attesa è positivamente correlata ai rendimenti futuri
- $g_2 < 0$ : l'illiquidità inattesa ha impatto negativo sul rendimento corrente

L'effetto è più forte per i titoli a piccola capitalizzazione, confermando la teoria del *flight to liquidity* (volo verso la liquidità in tempi di crisi).

I ricercatori dividono i titoli in 10 portafogli per dimensione e stimano la stessa regressione.

Risultati:

- L'impatto dell'illiquidità inattesa è più forte (più negativo) per i titoli più piccoli
- L'effetto dell'illiquidità attesa è positivo per tutti, ma non decresce in modo monotono con la dimensione

### 4.4 È il rischio di liquidità prezzato nel mercato?

Viene testato il modello *Liquidity-Adjusted CAPM* (Acharya & Pedersen, 2005), che estende il classico CAPM includendo rischi di liquidità sistematici.

$$E(R_i) = R_f + E(C_i) + \lambda(\beta_{1i} + \beta_{2i} - \beta_{3i} - \beta_{4i})$$

- $C_i$  = costo di illiquidità del titolo
- $\beta_{1i}$  = covarianza con rendimento di mercato (*CAPM classico*)
- $\beta_{2i}$  = *commonality in liquidity* (liquidità del titolo correlata a quella del mercato)
- $\beta_{3i}$  = covarianza tra rendimento del titolo e illiquidità del mercato
- $\beta_{4i}$  = covarianza tra illiquidità del titolo e rendimento del mercato
- $\beta_{2i}$ : rischio di diventare illiquido quando il mercato è illiquido → richiede premio maggiore
- $\beta_{3i}, \beta_{4i}$ : titoli che si comportano bene in condizioni avverse → richiedono premio minore

### Analisi empirica

- Calcolano i 4 *beta* di ciascun portafoglio
- Usano serie storiche mensili (1975–2006)
- Costruiscono portafogli ordinati per dimensione
- Stima dei rendimenti attesi tramite regressione con i 4 *beta* come regressori

Il *liquidity-adjusted CAPM* può essere espresso anche in una forma sintetica che isola il contributo del rischio aggregato di liquidità:

$$E(R_m^p - R_m^f) = \alpha + \kappa E(C_m^p) + \lambda^1 \beta^{1p} + \lambda \beta^{np}$$

Dove  $\beta^{np}$  rappresenta il net beta, ovvero un indice aggregato del rischio di liquidità, calcolato come segue:

$$\beta_{np} = \beta_{1i} + \beta_{2i} - \beta_{3i} - \beta_{4i}$$

$$E(R_m^p - R_m^f) = \text{rendimento atteso in eccesso del portafoglio } p$$

$$E(C_m^p) = \text{illiquidità media attesa del portafoglio } p$$

$$\beta^{np} = \text{net beta}$$

### Risultati

I risultati nel caso del Giappone hanno mostrato che nel calcolo dei Beta per ciascun portafoglio, sono risultati tutti significativi e con i segni attesi. Il coefficiente di  $E(C_m^p)$  è positivo e significativo (0.403), indicando che i titoli più illiquidi offrono rendimenti attesi più alti. Infine, il coefficiente del net beta (0.003) è anch'esso positivo e significativo, a conferma che gli investitori richiedono un premio per il rischio di liquidità sistematica.

	Constant	$E(C^p)$	$\beta^{1p}$	$\beta^{2p}$	$\beta^{3p}$	$\beta^{4p}$	$\beta^{np}$	Adj. $R^2$
<b>Panel A: 1975–2006</b>								
1	0.002	0.403** (1.788)					0.003 (1.795)	0.820
2	-0.003 (-0.925)		0.010** (2.743)					0.377
3	0.000 (0.394)	1.171** (5.227)		0.273** (3.353)			-0.268** (-3.316)	0.851
4	0.003 (1.689)		-0.134** (-4.084)				0.136** (4.315)	0.780
5	0.001 (1.212)	1.301** (4.980)	-0.006 (-1.350)	-1.347 (-0.414)	-1.041* (-2.036)	0.305** (4.218)		0.895

Tabella 2 – riga 1: *liquidity-adjusted CAPM* con net Beta; riga 2: standard CAPM; riga 3: *liquidity-adjusted CAPM* con isolamento del market Beta; riga 4: *liquidity-adjusted CAPM* con isolamento delle 4 componenti del net Beta

Conseguentemente, si può concludere che il *liquidity-adjusted CAPM* con net Beta (riga 1) spiega i rendimenti meglio del CAPM standard (riga 2), come si evince dal confronto tra  $R^2$  (rispettivamente 0.820 e 0.377). Tuttavia, se si considera il *liquidity-adjusted CAPM* con Beta separati (riga 5), alcuni coefficienti non sono risultati statisticamente significativi. Il rischio di liquidità è effettivamente prezzato nel mercato giapponese, coerentemente con i risultati USA.

## 4.5 Conclusione

L'analisi quantitativa mostra che l'illiquidità e il rischio di liquidità influenzano in modo rilevante i rendimenti azionari in Giappone, inoltre, le componenti di rischio di liquidità migliorano significativamente la capacità del modello di spiegare i rendimenti. Questi risultati sono in linea con la teoria finanziaria moderna e rafforzano l'evidenza empirica internazionale.

## 5 Bibliografia

### References

- [1] Bo Li, Qian Sun e Changyun Wang (2011). *"Liquidity, Liquidity Risk and Stock Returns: Evidence from Japan"*
- [2] Jawad Saleemi. *"COVID-19 and liquidity risk, exploring the relationship dynamics between liquidity cost and stock market return"*
- [3] Council of Europe Development Bank. *"Liquidity risk is the risk inherent to the Bank's business"*
- [4] Gerasimos Rompitos. *"Large-cap vs small-cap portfolio performance: new empirical evidence from ETFs"*
- [5] Ľuboš Pástor and Robert F. Stambaugh (2003) *"Liquidity Risk and Expected Stock Returns"*